

第 6 章 概率

6.1 概率

6.2 概率的進一步認識

A. 列出可能結果及數數

B. 幾何概率

6.3 實驗概率

6.4 期望值

工作紙 6.1

姓名：_____

班別：_____ ()

概率

(參閱3A 冊 第6章, 頁6.4–6.9。)

要點提示

- $P(E) = \frac{\text{符合事件 } E \text{ 的合適結果數目}}{\text{所有可能結果的總數}}$
- $P(\text{不可能事件}) = 0$
- $P(\text{必然事件}) = 1$
- 對於任意事件 E , $0 \leq P(E) \leq 1$ 。

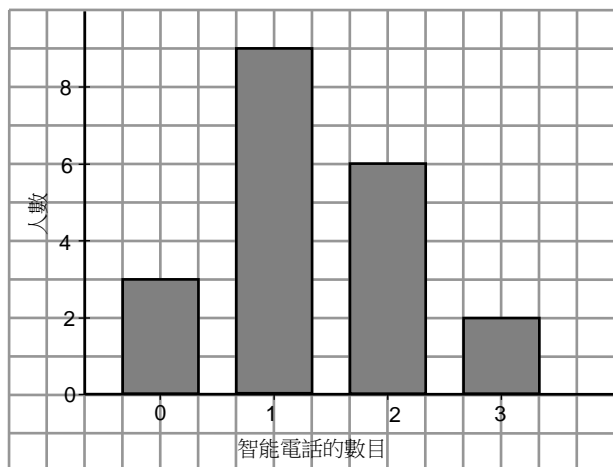
- (a) 袋中有一些紅球, 因此「不是抽出藍球」不是不可能事件。
(b) 袋中只有紅球及藍球, 因此「不是抽出紅球或藍球」是不可能事件。

- 一袋中有一些紅球及藍球。從該盒中隨意抽出一球。判別下列事件是否不可能事件。
(a) 不是抽出藍球。 _____
(b) 不是抽出紅球或藍球。 _____
- 投擲一枚勻稱骰子一次。判別下列事件是否必然事件。
(a) 擲得偶數。 _____
(b) 擲得整數。 _____

- 圖中的棒形圖顯示一組人士擁有智能電話的數目的分佈。從該組隨意選取一名人士, 求該名人士擁有 2 部智能電話的概率。

$$3. \quad P(\text{擁有 2 部智能電話}) = \frac{6}{3+9+6+2} = \frac{3}{10}$$

一組人士擁有智能電話的數目



- (a) 有些可能結果為奇數, 因此「擲得偶數」不是必然事件。

- (b) 所有可能結果均為整數, 因此「擲得整數」是必然事件。

4. 從英文字「BRILLIANT」中隨意選取一個字母。求下列各情況的概率。

- (a) 選出「L」或「T」
 (b) 不是選出「N」
 (c) 選出輔音字母

$$4. \quad (a) \quad P(\text{選出「L」或「T」}) = \frac{2+1}{9} = \frac{1}{3}$$

$$(b) \quad P(\text{不是選出「N」}) = \frac{9-1}{9} = \frac{8}{9}$$

(c) 該英文字共有 3 個元音字母：2 個「I」及 1 個「A」

∴ 共有 $9 - 3 = 6$ 個輔音字母。

$$P(\text{選出輔音字母}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

5. 圖中的幹葉圖所示為一組人的年齡。

幹 (10 歲)	葉 (1 歲)
2	5 7 9
3	2 5 6 6 8 9 9
4	0 0 4 8 9

- (a) 求該組的總人數。
 (b) 若從該組中隨意選出一人，求他 / 她的年齡
 (i) 為 39 歲的概率，
 (ii) 介乎 25 歲到 35 歲（包括 25 歲及 35 歲）之間的概率。

5. (a) 總人數為 15。

$$(b) \quad (i) \quad P(\text{年齡為 39 歲}) = \frac{2}{15}$$

$$(ii) \quad P(\text{年齡介乎 25 歲到 35 歲 (包括 25 歲及 35 歲) 之間}) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

6. 從一副 52 張撲克牌中隨意抽出一張，求抽出下列撲克牌的概率。

- (a) 「K」或「A」 (b) 紅色牌 (c) 黑桃牌或「Q」

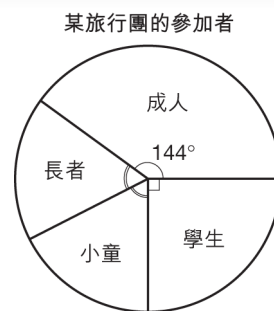
$$6. \quad (a) \quad P(\text{抽出「K」或「A」}) = \frac{4+4}{52} = \frac{2}{13}$$

$$(b) \quad P(\text{抽出紅色牌}) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

(c) 一副撲克牌中有 4 張「Q」及 12 張黑桃牌（不重複計算黑桃「Q」兩次）。

$$P(\text{抽出黑桃牌或「Q」}) = \frac{4+12}{52} = \frac{4}{13}$$

7. 圖中的圓形圖顯示某旅行團參加者的分佈。若隨意選取一名參加者，求該名參加者
- (a) 為成人的概率， (b) 為小童或長者的概率。



7. (a) $P(\text{選出一名成人}) = \frac{144}{360} = \frac{2}{5}$

(b) $P(\text{選出一名小童或長者})$

$$= \frac{360 - 144 - 90}{360}$$

$$= \frac{126}{360}$$

$$= \frac{7}{20}$$

8. 一班有 40 名學生，其中 4 名學生的血型為 O 型，6 名學生的血型為 A 型及 10 名學生的血型為 B 型，其餘的學生的血型為 AB 型。從該班中隨意選取一名學生。求選出的學生為下列血型的概率。

(a) A 型或 B 型

(b) AB 型

(c) AB 型或 O 型

8. (a) $P(\text{A 型或 B 型}) = \frac{6+10}{40} = \frac{2}{5}$

(b) 血型為 AB 型的學生人數 = $40 - 4 - 6 - 10 = 20$

$$P(\text{AB 型}) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

(c) $P(\text{AB 型或 O 型}) = \frac{20+4}{40} = \frac{3}{5}$

9. 從 40 至 60 (包括 40 及 60) 的整數中隨意選取一數。求選出下列各數的概率。

(a) 質數

(b) 3 的倍數

(c) 不小於 55 的數

9. 可能結果有 21 個 (40, 41, 42, ..., 60)。

(a) 共有 5 個質數 (41, 43, 47, 53, 59)。

$$P(\text{選出質數}) = \frac{5}{21}$$

(b) 共有 7 個 3 的倍數 (42, 45, 48, 51, 54, 57, 60)。

$$P(\text{選出 3 的倍數}) = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

(c) 共有 6 個數不小於 55 (55, 56, 57, 58, 59, 60)。

$$P(\text{選出不少於 55 的數}) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

10. 一盒中有 50 張卡，其中 40% 為紅色及 12 張為黑色，餘下的均為白色。

(a) 求白色卡的數目。

(b) 若從盒中隨意抽出一張卡，求下列各情況的概率。

(i) 抽出白色卡或黑色卡

(ii) 不是抽出紅色卡或白色卡

$$\begin{aligned} 10. \quad (a) \quad & \text{白色卡的數目} \\ & = 50 - 50 \times 40\% - 12 \\ & = 50 - 20 - 12 \\ & = \underline{18} \end{aligned}$$

$$(b) \quad (i) \quad P(\text{抽出白色卡或黑色卡}) = \frac{18+12}{50} = \frac{3}{5}$$

$$(ii) \quad P(\text{不是抽出紅色卡或白色卡}) = \frac{50-20-18}{50} = \frac{6}{25}$$

11. $7 \bullet \blacksquare$ 為三位數，其中 \bullet 及 \blacksquare 均為 0 至 9 (包括 0 及 9) 之間的整數。求該三位數為 4 的倍數的概率。

11. 可能結果有 100 個 (700 至 799 (包括 700 及 799) 之間的整數)。

合適結果有 25 個 (700, 704, 708, ..., 796)。

$$P(4 \text{ 的倍數}) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

12. 一盒子內有 k 個黑球及 4 個白球。若從盒子中隨意抽出一球，則抽出白球的概率為 $\frac{2}{k-1}$ 。

求 k 的值。

$$12. \quad P(\text{抽出白球}) = \frac{2}{k-1}$$

$$\frac{4}{k+4} = \frac{2}{k-1}$$

$$4k - 4 = 2k + 8$$

$$2k = 12$$

$$k = \underline{6}$$

13. 一袋中有 y 個球，其中 24 個為紅色及 30% 為藍色，餘下的均為綠色。若從袋中隨意抽出一個球，抽得紅球的概率為 $\frac{3}{5}$ 。

- (a) 求 y 的值。
(b) 求綠球的數目。
(c) 若從袋中隨意抽出一個球，求抽出的不是綠球的概率。

$$13. \quad (a) \quad \frac{24}{y} = \frac{3}{5}$$
$$y = \underline{\underline{40}}$$

$$(b) \quad \text{綠球的數目} = 40 - 24 - 40 \times 30\% = \underline{\underline{4}}$$

$$(c) \quad P(\text{抽出的不是綠球}) = \frac{40 - 4}{40} = \frac{9}{\underline{\underline{10}}}$$

14. 下表所示為一公司某部門所有員工的年齡分佈。

年齡 (x 歲)	$x < 30$	$30 \leq x < 45$	$x \geq 45$
員工			
程式員	18	8	0
高級程式員	2	5	3

- (a) 從該部門隨意選取一名員工。求選取下列各員工的概率。
(i) 程式員 (ii) 年齡小於 45 歲的高級程式員
(b) 若從高級程式員中隨意選取一名員工，求選取年齡不小於 30 歲的員工的概率。

◀ (a) 及 (b) 中的可能結果是否相同？

$$14. \quad (a) \quad (i) \quad P(\text{選取程式員}) = \frac{18+8}{18+8+2+5+3} = \frac{26}{36} = \frac{13}{\underline{\underline{18}}}$$

$$(ii) \quad P(\text{選取年齡小於 45 歲的高級程式員}) = \frac{2+5}{36} = \frac{7}{\underline{\underline{36}}}$$

$$(b) \quad P(\text{選取年齡不小於 30 歲的員工}) = \frac{5+3}{2+5+3} = \frac{8}{10} = \frac{4}{\underline{\underline{5}}}$$

完

工作紙 6.2A

姓名：_____ 班別：_____ ()

概率的進一步認識

A. 列出可能結果及數數 (參閱 3A 冊 第 6 章, 頁 6.12 – 6.18。)

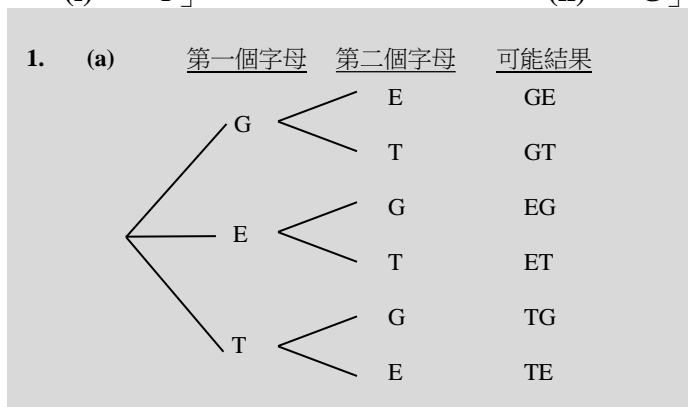
1. 從英文字「GET」中隨意先後選取兩個字母，已選取的不會再選。

(a) 利用樹形圖列出所有可能結果。

(b) 求選出下列字母的概率。

(i) 「T」

(ii) 「G」及「T」



(b) (i) $P(\text{選出「T」}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

(ii) $P(\text{選出「G」及「T」}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

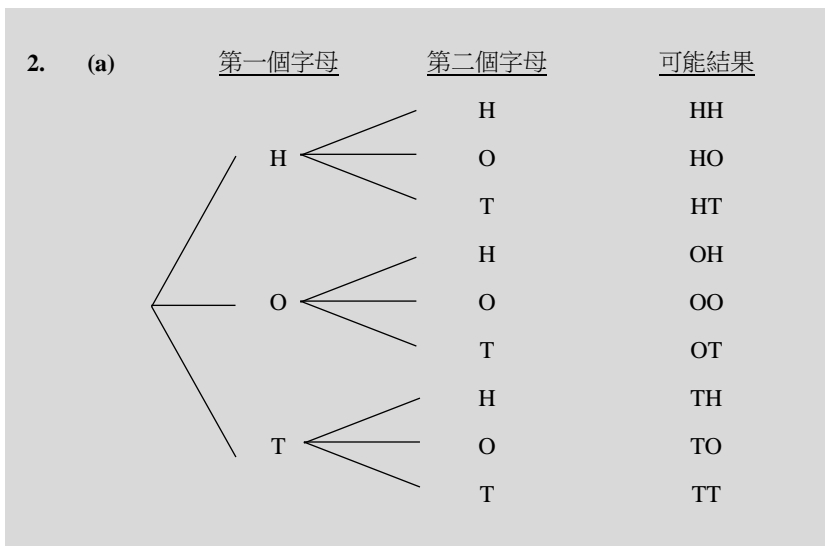
2. 從英文字「HOT」中隨意先後選取兩個字母，已選取的可以再選。

(a) 利用樹形圖列出所有可能結果。

(b) 求選出下列字母的概率。

(i) 兩個「T」

(ii) 兩個相同字母



(b) (i) $P(\text{選出兩個「T」}) = \frac{1}{9}$

(ii) 合適結果有 3 個：HH, OO, TT

$P(\text{選出兩個相同字母}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

3. 一問卷中有 3 題是非題。家文隨意作答該 3 題問題。

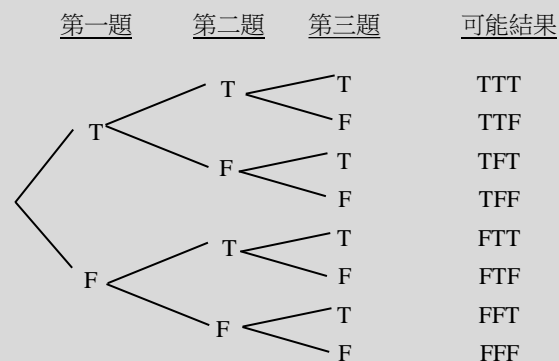
(a) 利用樹形圖列出所有可能結果。

(b) 求下列各事件的概率。

(i) 所有題目均選擇相同答案。

(ii) 最多只有一題選擇「非」。

3. (a) 以 T 表示「是」及 F 表示「非」。



(b) (i) $P(\text{所有題目均選擇相同答案}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

(ii) $P(\text{最多只有一題選擇「非」}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

4. 家明每星期須修讀一堂數學補習班及一堂英文補習班。已知補習班只會於星期一至星期五舉行，且家明每天最多只可修讀一堂。假設時間表為隨機產生的。

(a) 利用列表方式列出所有可能結果。

(b) 求兩堂補習班在下列時間舉行的概率。

(i) 星期一及星期二

(ii) 連續兩天

4. (a)

		英文				
		一	二	三	四	五
數學	一	/	(一, 二)	(一, 三)	(一, 四)	(一, 五)
	二	(二, 一)	/	(二, 三)	(二, 四)	(二, 五)
	三	(三, 一)	(三, 二)	/	(三, 四)	(三, 五)
	四	(四, 一)	(四, 二)	(四, 三)	/	(四, 五)
	五	(五, 一)	(五, 二)	(五, 三)	(五, 四)	/

(b) (i) 合適結果有 2 個：

(星期一, 星期二), (星期二, 星期一)

$P(\text{星期一及星期二舉行})$

$$= \frac{2}{20}$$

$$= \frac{1}{10}$$

(ii) 合適結果有 8 個：

(星期一, 星期二), (星期二, 星期一),

(星期二, 星期三), (星期三, 星期二),

(星期三, 星期四), (星期四, 星期三),

(星期四, 星期五), (星期五, 星期四)

$P(\text{連續兩天舉行})$

$$= \frac{8}{20}$$

$$= \frac{2}{5}$$

5. 投擲兩枚勻稱骰子。利用列表方式，求下列各情況的概率。

- (a) 兩個點數相同
(b) 兩個點數之和為 5

5. 第二枚骰子

		1	2	3	4	5	6
第一枚骰子	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

(a) $P(\text{兩個點數相同}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(b) 合適結果有 4 個：
(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)

$P(\text{兩個點數之和為 5}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

6. 袋 A 中有 4 個分別標示為 1、2、3 及 4 的球，而袋 B 中有 5 個分別標示為 1、3、5、7 及 9 的球。若從每個袋中各隨意抽出一球，求下列各情況的概率。

- (a) 抽出兩個數之和小於 10。
(b) 抽出兩個數之積不小於 20。
(c) 抽出剛好一個奇數。

6. 袋 B

		1	3	5	7	9
袋 A	1	(1, 1)	(1, 3)	(1, 5)	(1, 7)	(1, 9)
	2	(2, 1)	(2, 3)	(2, 5)	(2, 7)	(2, 9)
	3	(3, 1)	(3, 3)	(3, 5)	(3, 7)	(3, 9)
	4	(4, 1)	(4, 3)	(4, 5)	(4, 7)	(4, 9)

(c) 合適結果有 10 個：
(2, 1), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (2, 9),
(4, 1), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (4, 9)

$P(\text{抽出剛好一個奇數}) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

(a) 合適結果有 14 個：
(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (2, 7),
(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)

$P(\text{抽出兩個數之和小於 10}) = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

(b) 合適結果有 5 個：
(3, 7), (3, 9), (4, 5), (4, 7), (4, 9)

$P(\text{抽出兩個數之積不小於 20}) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

7. 志恒從兩個英文字「BUDDY」及「DADDY」中各隨意選取一個字母。由於兩個英文字的字母大部分都相同，志恒認為選出兩個不同字母的概率較選出兩個相同字母的概率低。你是否同意？試解釋你的答案。

7.

	D	A	D	D	Y
B	(B, D)	(B, A)	(B, D)	(B, D)	(B, Y)
U	(U, D)	(U, A)	(U, D)	(U, D)	(U, Y)
D	(D, D)	(D, A)	(D, D)	(D, D)	(D, Y)
D	(D, D)	(D, A)	(D, D)	(D, D)	(D, Y)
Y	(Y, D)	(Y, A)	(Y, D)	(Y, D)	(Y, Y)

◀ 比較兩種情況的概率。

$$P(\text{選出兩個不同字母}) = \frac{18}{25}$$

$$P(\text{選出兩個相同字母}) = \frac{7}{25}$$

$$\therefore \frac{18}{25} > \frac{7}{25}$$

\therefore 不同意該宣稱。

8. 一瓶中有 2 枝紅筆及 2 枝藍筆。現從瓶中隨意同時抽出兩枝筆。
- (a) 利用列表方式列出所有可能結果。
(以 R_1 及 R_2 表示 2 枝紅筆， B_1 及 B_2 表示 2 枝藍筆。)
- (b) 求可能結果的數目。
- (c) 求抽出下列各種筆的概率。
- (i) 2 枝相同顏色的筆
- (ii) 剛好 1 枝紅筆
- (iii) 最少 1 枝紅筆

8. (a)

		第二枝筆			
		R_1	R_2	B_1	B_2
第一枝筆	R_1	/	R_1R_2	R_1B_1	R_1B_2
	R_2	R_2R_1	/	R_2B_1	R_2B_2
	B_1	B_1R_1	B_1R_2	/	B_1B_2
	B_2	B_2R_1	B_2R_2	B_2B_1	/

(b) 可能結果的數目 = 12

(c) (i) $P(\text{相同顏色}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

(ii) $P(\text{剛好 1 枝紅筆}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

(iii) $P(\text{最少 1 枝紅筆}) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

完

工作紙 6.2B

姓名：_____ 班別：_____ ()

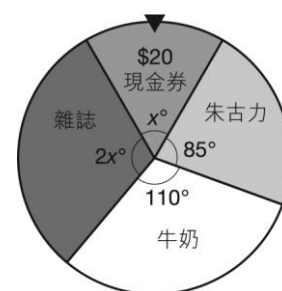
概率的進一步認識

B. 幾何概率

(參閱 3A 冊 第 6 章，頁 6.18 – 6.21。)

1. 圖中所示為某店鋪的幸運輪。一顧客轉動幸運輪以參加大抽獎。

- (a) 求 x 的值。
 (b) 求下列各情況的概率。
 (i) 該顧客贏取現金券。
 (ii) 該顧客不是贏取雜誌。



$$\begin{aligned} 1. \quad (a) \quad & 2x^\circ + x^\circ + 85^\circ + 110^\circ = 360^\circ \\ & 3x = 165 \\ & x = \underline{\underline{55}} \end{aligned}$$

$$(b) \quad (i) \quad P(\text{贏取現金券}) = \frac{55^\circ}{360^\circ} = \frac{11}{72}$$

$$(ii) \quad P(\text{不是贏取雜誌}) = \frac{360^\circ - 2(55^\circ)}{360^\circ} = \frac{25}{36}$$

2. 一遊戲中，玩家把飛鏢擲中圓形鏢靶上的白色區域便可獲獎。已知兩個圓的半徑之比為 3 : 4。若君宜隨意投擲一飛鏢並擲中該鏢靶，求她獲獎的概率。

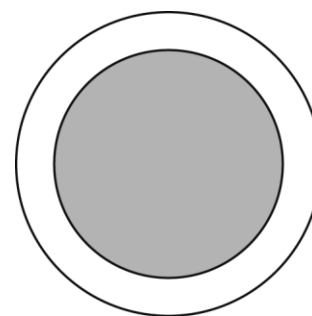
2. 設兩圓的半徑分別為 $3k$ 及 $4k$ ，其中 k 為一正常數。

$$\begin{aligned} \text{白色區域的面積} &= \pi \times (4k)^2 - \pi \times (3k)^2 \\ &= 7k^2\pi \end{aligned}$$

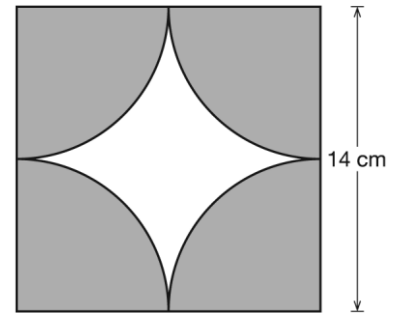
$$\begin{aligned} P(\text{獲獎}) \\ &= P(\text{擲中白色區域}) \end{aligned}$$

$$= \frac{7k^2\pi}{\pi \times (4k)^2}$$

$$= \frac{7}{16}$$



3. 圖中所示為一邊長為 14 cm 的正方形鏢靶，其中鏢靶上 4 個扇形陰影部分的大小相同。現隨意投擲一飛鏢並擲中該鏢靶。求飛鏢擲中白色區域的概率。(取 $\pi = \frac{22}{7}$ 。)



3. 4 個陰影區域可合併成一直徑為 14 cm 的圓。

$$\begin{aligned} \text{白色區域的面積} &= \left[14^2 - \left(\frac{14}{2} \right)^2 \times \frac{22}{7} \right] \text{cm}^2 \\ &= 42 \text{cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{擲中白色區域}) &= \frac{42}{14^2} \\ &= \frac{3}{14} \end{aligned}$$

4. 浩賢每天隨意於上午 8:45 至 9:10 之間到達辦公室。該公司的正式工作時間於上午 9:00 開始。
- (a) 求浩賢於上午 9:00 或之前到達辦公室的概率。
- (b) 求浩賢遲到的概率。

4. (a) 上午 8:45 至 9:10 之間共有 25 分鐘，而上午 8:45 至 9:00 之間共有 15 分鐘。

$$P(\text{上午 9:00 或之前到達辦公室}) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

(b) 上午 9:00 至 9:10 之間共有 10 分鐘。

$$P(\text{遲到}) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

5. 渡輪每 15 分鐘從碼頭開出一班。志達隨意於某一刻到達碼頭並等候下一班渡輪。求下列各情況的概率。
- (a) 他的等候時間少於或等於 3 分鐘。
- (b) 他的等候時間多於 8 分鐘。

$$5. (a) P(\text{少於或等於 3 分鐘}) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$(b) P(\text{多於 8 分鐘}) = \frac{15-8}{15} = \frac{7}{15}$$

完

工作紙 6.3

姓名：_____ 班別：_____ ()

實驗概率

(參閱 3A 冊 第 6 章，頁 6.26 – 6.30。)

要點提示

1. 事件 E 的實驗概率 = $\frac{\text{事件 } E \text{ 發生的次數}}{\text{實驗的總次數}}$
2. 對於足夠多的實驗次數，
實驗概率 \approx 理論概率。

1. 紫盈隨意訪問一些同學。下表所示為她的同學到訪長洲的次數。

到訪長洲的次數	0	1	2 或以上
同學人數	4	24	32

求她的同學到訪長洲最少一次的經驗概率。

$$1. \text{ 到訪長洲最少一次的經驗概率} = \frac{24 + 32}{4 + 24 + 32} = \frac{14}{15}$$

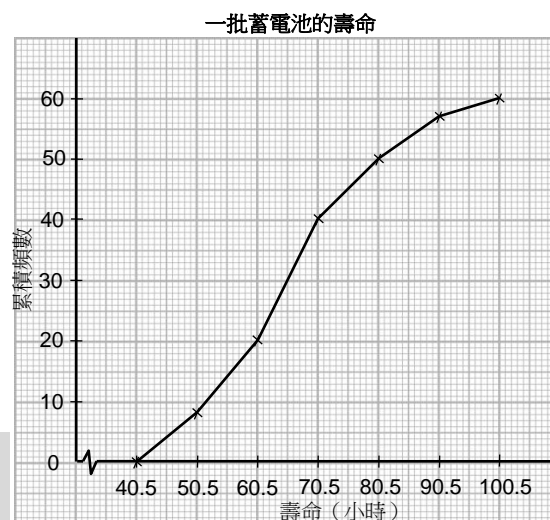
◀ 「經驗概率」為「實驗概率」的另一個名稱。

2. 圖中的累積頻數多邊形顯示一批蓄電池的壽命（以小時為單位）。

- (a) 求電池壽命小於 50.5 小時的實驗概率。
- (b) 求電池壽命不小於 80.5 小時的實驗概率。

$$2. \text{ (a) 電池壽命小於 } 50.5 \text{ 小時的實驗概率} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$$

$$\text{(b) 電池壽命不小於 } 80.5 \text{ 小時的實驗概率} = \frac{60 - 50}{60} = \frac{1}{6}$$



3. 下表所示為某天參觀一博物館的旅客的年齡（以歲為單位）。

年齡（歲）	11 - 20	21 - 30	31 - 40	41 - 50	51 - 60
頻數	44	68	57	21	30

- (a) 求旅客的年齡小於 30.5 歲的實驗概率。
 (b) 求旅客的年齡小於 50.5 歲但不小於 20.5 歲的實驗概率。

$$3. \quad (a) \quad \text{旅客的年齡小於 30.5 歲的實驗概率} = \frac{44 + 68}{44 + 68 + 57 + 21 + 30} = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$$

$$(b) \quad \text{旅客的年齡小於 50.5 歲但不小於 20.5 歲的實驗概率} = \frac{68 + 57 + 21}{220} = \frac{73}{110}$$

4. 投擲三枚硬幣 80 次。下表所示為所得的結果。

「反面」的數目	0	1	2	3
頻數	y	18	24	y + 2

- (a) 求 y 的值。
 (b) 求沒有擲得「正面」的實驗概率。

$$4. \quad (a) \quad \begin{aligned} y + 18 + 24 + (y + 2) &= 80 \\ 2y &= 36 \\ y &= \underline{18} \end{aligned}$$

$$(b) \quad \begin{aligned} &\text{沒有擲得「正面」的實驗概率} \\ &= \text{擲得三個「反面」的實驗概率} \\ &= \frac{18 + 2}{80} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

5. 一盒中有 5 種硬幣。從盒中隨意抽出 1 枚硬幣，記錄其面值後，把它放回盒中。重複以上步驟 60 次，下表所示為其結果。

硬幣	20¢	50¢	\$1	\$2	\$5
頻數	10	12	15	12	11

- (a) 求從盒中抽出 \$2 硬幣的實驗概率。
 (b) 若盒中有 400 枚硬幣，估算盒中 \$2 硬幣的數目。

$$5. \quad (a) \quad \begin{aligned} &\text{抽出 \$2 硬幣的實驗概率} \\ &= \frac{12}{60} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

- (b) 設盒中 \$2 硬幣的數目為 y。
 假設理論概率 \approx 實驗概率，

$$\frac{y}{400} \approx \frac{1}{5}$$

$$y \approx 80$$

\therefore 估算盒中 \$2 硬幣的數目為 80。

6. 下表所示為參加運動會的一些學生的年齡分佈。

年齡 (歲)	13	14	15	16	17
學生人數	15	20	12	7	6

(a) 求參加運動會的學生的年齡

(i) 大於 15 歲的實驗概率，

(ii) 最少為 13 歲的實驗概率。

(b) 假設共有 n 名學生參加該運動會。若有 60 名學生的年齡為 14 歲，估計 n 的值。

6. (a) (i) 學生的年齡大於 15 歲的實驗概率

$$= \frac{7+6}{15+20+12+7+6}$$

$$= \frac{13}{60}$$

(b) 假設理論概率 \approx 實驗概率，

$$\frac{60}{n} \approx \frac{20}{60}$$

$$n \approx \underline{180}$$

(ii) 學生的年齡最少為 13 歲的實驗概率

$$= \frac{60}{60}$$

$$= \underline{1}$$

7. 投擲一枚硬幣 80 次，其中 20 次擲得「反面」。

(a) 求擲得「正面」的實驗概率。

(b) 若投擲該硬幣 200 次，估算擲得「正面」的次數。

(c) 你認為該硬幣是勻稱的嗎？試解釋你的答案。

7. (a) 擲得「正面」的實驗概率

$$= \frac{80-20}{80}$$

$$= \frac{3}{4}$$

(c) 由於 (a) 中求得的實驗概率為 $\frac{3}{4}$ ，與理論概率 $\frac{1}{2}$ 有

很大的差距，因此該硬幣可能不是勻稱的。

(b) 設所求次數為 y 。

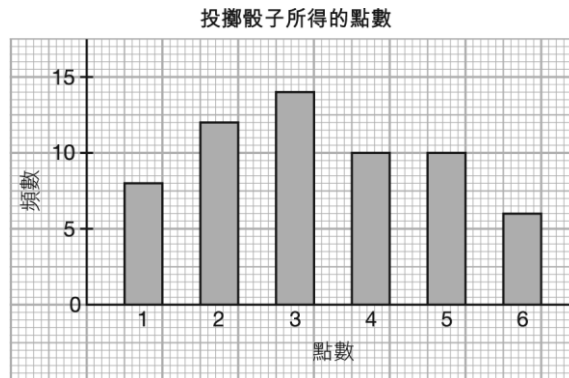
假設理論概率 \approx 實驗概率，

$$\frac{y}{200} \approx \frac{3}{4}$$

$$y \approx 150$$

\therefore 估算擲得「正面」的次數為 150。

8. 投擲一枚骰子若干次。以下棒形圖記錄了所得的點數。



- (a) 求投擲骰子的次數。
 (b) 求擲得點數「6」的實驗概率。
 (c) 求擲得質數的實驗概率。
 (d) 你認為該骰子是勻稱的嗎？試解釋你的答案。

8. (a) 投擲的次數

$$= 8 + 12 + 14 + 10 + 10 + 6$$

$$= \underline{\underline{60}}$$

(b) 擲得點數「6」的實驗概率

$$= \frac{6}{60}$$

$$= \frac{1}{10}$$

(c) 擲得質數的實驗概率

$$= \frac{12 + 14 + 10}{60}$$

$$= \frac{3}{5}$$

- (d) 由於每個點數出現的頻數都很接近，因此該骰子可能是勻稱的。
 (或其他合理答案)

9. 陳先生打算估算池塘中魚的數目。他從池塘隨意捕捉 40 尾魚，並於各魚身上作星形標記，然後把牠們放回池塘中。現在，他再從池塘隨意捕捉 120 尾魚，並發現其中 15 尾魚有星形標記。估算該池塘中魚的數目。

9. 設池塘中魚的數目為 y 。
 假設理論概率 \approx 實驗概率，

$$\frac{40}{y} \approx \frac{15}{120}$$

$$y \approx 320$$

\therefore 估算該池塘中魚的數目為 320。

完

工作紙 6.4

姓名：_____ 班別：_____ ()

期望值 (參閱3A 冊 第6章，頁6.33 – 6.37。)

要點提示

1. 若某事件的概率為 p ，則該事件於 n 次嘗試後的期望出現數目為 np 。
2. 對於有 n 個可能結果的事件中，若出現數值 x_1 、 x_2 、 x_3 、...、 x_n 的概率分別為 p_1 、 p_2 、 p_3 、...、 p_n ，則
期望值 = $x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n$ 。

1. 若投擲一枚勻稱骰子 60 次，求擲得「3」或「5」的期望次數。

$$\begin{aligned} 1. \quad \text{擲得「3」或「5」的期望次數} &= 60 \times \frac{2}{6} \\ &= \underline{\underline{20}} \end{aligned}$$

2. 假設在一星期中任何一天出生的概率是相同的。
某學校有 924 名學生。求於下列日子出生的學生人數的期望值。

- (a) 星期一
- (b) 不是星期六或星期日

$$\begin{aligned} 2. \quad \text{(a) 學生人數的期望值} &= 924 \times \frac{1}{7} \\ &= \underline{\underline{132}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) 學生人數的期望值} &= 924 \times \frac{7-2}{7} \\ &= \underline{\underline{660}} \end{aligned}$$

3. 下表所示為某學校籃球隊 10 名隊員的身高（以 cm 為單位）。

身高 (cm)	165	170	175	180
頻數	2	4	3	1

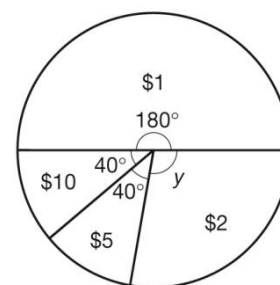
若隨意選出一名隊員，求他的身高的期望值。

$$\begin{aligned} 3. \quad \text{身高的期望值} \\ &= \left(165 \times \frac{2}{10} + 170 \times \frac{4}{10} + 175 \times \frac{3}{10} + 180 \times \frac{1}{10} \right) \text{cm} \\ &= \underline{\underline{171.5 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

4. 一盒內有一些硬幣。圖中的圓形圖顯示硬幣的面值分佈。

- (a) 求 y 。
 (b) 隨意從該盒中抽出一枚硬幣，求
 (i) 抽出 \$2 硬幣的概率，
 (ii) 硬幣的期望值。

硬幣的面值分佈



$$4. \quad (a) \quad y + 40^\circ + 40^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

$$y = \underline{\underline{100^\circ}}$$

$$(b) \quad (i) \quad P(\text{抽出 } \$2 \text{ 硬幣}) = \frac{100^\circ}{360^\circ} = \underline{\underline{\frac{5}{18}}}$$

(ii) 硬幣的期望值

$$= \$ \left(1 \times \frac{180^\circ}{360^\circ} + 2 \times \frac{5}{18} + 5 \times \frac{40^\circ}{360^\circ} + 10 \times \frac{40^\circ}{360^\circ} \right)$$

$$= \underline{\underline{\$2 \frac{13}{18}}}$$

5. 一盒中有 5 個紅球及 3 個綠球。從該盒中隨意抽出一球。抽出紅球可得 4 分，抽出綠球則扣 2 分。

- (a) 求抽取一次所得的分數的期望值。
 (b) 麗芬從該盒中隨意抽出一球。記下其顏色後，把該球放回該盒中。她重複以上過程 8 次。求她所得的分數的期望值。

5. (a) 分數的期望值

$$= \left[4 \times \frac{5}{5+3} + (-2) \times \frac{3}{5+3} \right]$$

$$= \underline{\underline{1 \frac{3}{4} \text{ 分}}}$$

(b) 分數的期望值

$$= 1 \frac{3}{4} \times 8 \text{ 分}$$

$$= \underline{\underline{14 \text{ 分}}}$$

6. 一測驗只有是非題。每題佔 5 分。答錯一題扣 2 分。美欣隨意作答所有題目。

- (a) 求作答一題的得分的期望值。
 (b) 假設美欣的測驗分數的期望值為 30 分。求題目的總數量。

6. (a) 作答一題的得分的期望值

$$= \left[5 \times \frac{1}{2} + (-2) \times \frac{1}{2} \right] \text{ 分}$$

$$= \underline{\underline{1.5 \text{ 分}}}$$

(b) 設題目的總數量為 x 題。

$$1.5x = 30$$

$$x = 20$$

\therefore 題目的總數量為 20 題。

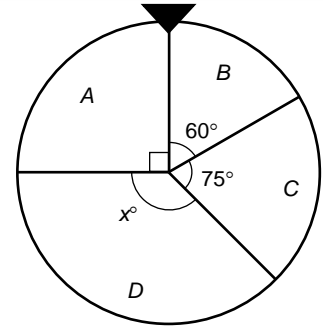
7. 圖中所示為一幸運輪，共分為 4 個部分：A、B、C 及 D。

(a) 求 x 的值。

(b) 一遊戲中，參加者轉動幸運輪，並根據指針所在的區域獲取獎金。下表所示為不同區域的獎金。

區域	A	B	C	D
獎金	\$40	\$72	\$60	\$ y

若獎金的期望值為 \$39，求 y 的值。



$$7. \quad (a) \quad x + 75 + 60 + 90 = 360$$

$$x = \underline{135}$$

(b) 獎金的期望值

$$= \$ \left(40 \times \frac{90^\circ}{360^\circ} + 72 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} + 60 \times \frac{75^\circ}{360^\circ} + y \times \frac{135^\circ}{360^\circ} \right)$$

$$= \$ \left(\frac{3y}{8} + \frac{69}{2} \right)$$

$$\therefore \frac{3y}{8} + \frac{69}{2} = 39$$

$$\frac{3y}{8} = \frac{9}{2}$$

$$y = \underline{12}$$

8. 一遊戲中，參加者投擲兩枚勻稱硬幣。下表所示為不同結果的得分。

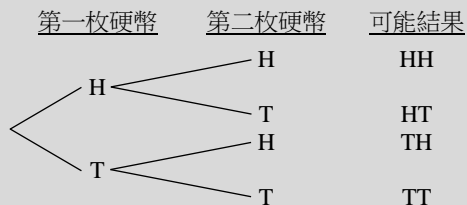
結果	2 個「正面」	1 個「正面」及 1 個「反面」	2 個「反面」
得分	12 分	5 分	10 分

(a) 求擲得 1 個「正面」及 1 個「反面」的概率。

(b) 求投擲該兩枚硬幣一次的得分的期望值。

(c) 若一參加者投擲該兩枚硬幣 50 次，求得分的期望值。

8. (a) 以 H 表示「正面」及 T 表示「反面」。



$$P(\text{擲得 1 個「正面」及 1 個「反面」}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$(b) \quad \text{得分的期望值} = \left(12 \times \frac{1}{4} + 5 \times \frac{1}{2} + 10 \times \frac{1}{4} \right) \text{分}$$

$$= \underline{8 \text{ 分}}$$

$$(c) \quad \text{得分的期望值} = 8 \times 50 \text{ 分} = \underline{400 \text{ 分}}$$

9. 某袋中有 5 張分別標示為 1、2、3、4 及 5 的卡牌。從袋中隨意同時抽出兩張卡牌。
- (a) 求抽出兩個數之和為偶數的概率。
- (b) 若抽出兩個數之和為偶數，可獲 \$100；否則可獲 \$20。求獲得金額的期望值。

9. 下表列出抽出兩張卡牌的數值之和。

		第二張卡牌				
		1	2	3	4	5
第一張卡牌	1		3	4	5	6
	2	3		5	6	7
	3	4	5		7	8
	4	5	6	7		9
	5	6	7	8	9	

(a) $P(\text{抽出兩個數之和為偶數}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

(b) $P(\text{抽出兩個數之和為奇數}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

金額的期望值 = $\$ \left(100 \times \frac{2}{5} + 20 \times \frac{3}{5} \right) = \underline{\underline{\$52}}$

10. 一有獎遊戲中，一參加者投擲兩枚骰子一次，所得獎金（以元為單位）為所得點數之和的 10 倍。
- (a) 求獲得 \$70 獎金的概率。
- (b) 求該遊戲的獎金的期望值。
- (c) 若每名參加者每次須先付 \$50 才可參加遊戲，這是一個公平的遊戲嗎？若不是，它對參加者有利嗎？

10. 下表列出投擲兩枚骰子的點數之和。

		第二枚骰子					
		1	2	3	4	5	6
第一枚骰子	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

(a) $P(\text{獲得 } \$70 \text{ 獎金})$
 $= P(\text{點數之和為 } 7)$
 $= \frac{6}{36}$
 $= \frac{1}{6}$

(b) 獎金的期望值

$$= \$ \left(20 \times \frac{1}{36} + 30 \times \frac{2}{36} + 40 \times \frac{3}{36} + 50 \times \frac{4}{36} \right.$$

$$+ 60 \times \frac{5}{36} + 70 \times \frac{6}{36} + 80 \times \frac{5}{36} + 90 \times \frac{4}{36}$$

$$+ 100 \times \frac{3}{36} + 110 \times \frac{2}{36} + 120 \times \frac{1}{36} \left. \right)$$

$$= \underline{\underline{\$70}}$$

- (c) 參加者須先付 \$50 才可參加遊戲，所付的金額較獎金的期望值（即 \$70）低。
- ∴ 這不是一個公平的遊戲，而它對參加者有利。

完