

15.4 圓的方程

程度 ①

例 15.12

下列各題中，已知圓的圓心和半徑，求該圓的方程。

- (a) 圓心 = (6, 5)，半徑 = 4
 (b) 圓心 = (-3, 1)，半徑 = 5

解

(a) 該圓的方程是：

$$(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 4^2$$

$$\text{即 } (x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 16$$

(b) 該圓的方程是：

$$[x - (-3)]^2 + (y - 1)^2 = 5^2$$

$$\text{即 } (x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

例 15.13

求圓 $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 100$ 的圓心和半徑。

解

$$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 100$$

$$[x - (-2)]^2 + (y - 5)^2 = 10^2$$

$$\therefore \text{圓心} = \underline{(-2, 5)}$$

$$\text{半徑} = \underline{10}$$

試做 15.12

下列各題中，已知圓的圓心和半徑，求該圓的方程。

- (a) 圓心 = (-2, -2)，半徑 = 1
 (b) 圓心 = (7, -4)，半徑 = 6

解

試做 15.13

求圓 $x^2 + (y + 5)^2 = 81$ 的圓心和半徑。

解

例 15.14

一個圓的方程是 $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$ 。求該圓的圓心和半徑。

解

$$D = -2, E = 8, F = 1。$$

該圓的圓心

$$= \left(-\frac{-2}{2}, -\frac{8}{2} \right) = \underline{(1, -4)}$$

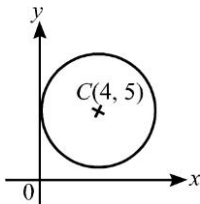
該圓的半徑

$$= \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2 - 1}$$

$$= \sqrt{1 + 16 - 1} = \underline{4}$$

例 15.15

圖中，一個圓心在 $C(4, 5)$ 的圓和 y 軸相切，求該圓的方程。



解

\therefore 該圓和 y 軸相切。

\therefore 該圓的半徑 = 4

該圓的方程是：

$$(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 4^2$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 10y + 25 = 16$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0$$

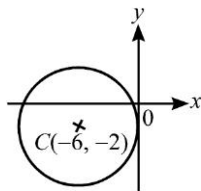
試做 15.14

一個圓的方程是 $x^2 + y^2 + 6x + 6y - 7 = 0$ 。求該圓的圓心和半徑。

解

試做 15.15

圖中，一個圓心在 $C(-6, -2)$ 的圓和 y 軸相切，求該圓的方程。



解

例 15.16

$A(4, 0)$ 和 $B(10, 8)$ 是一個圓的直徑的兩個端點。

- (a) 求該圓的方程。
 (b) 判斷 $P(6, 3)$ 在圓內、圓外或圓上。

解

- (a) 該圓的圓心

$$= \left(\frac{4+10}{2}, \frac{0+8}{2} \right)$$

$$= (7, 4)$$

該圓的半徑

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(4-10)^2 + (0-8)^2}$$

$$= 5$$

該圓的方程是：

$$(x-7)^2 + (y-4)^2 = 5^2$$

$$x^2 - 14x + y^2 - 8y + 65 = 25$$

$$x^2 + y^2 - 14x - 8y + 40 = 0$$

- (b) 設 C 點為 $(7, 4)$ 。

$$CP = \sqrt{(7-6)^2 + (4-3)^2}$$

$$= \sqrt{2}$$

$$< 5$$

$\therefore CP < \text{該圓的半徑}$

$\therefore P$ 在圓內。

試做 15.16

$A(3, 2)$ 和 $B(7, 0)$ 是一個圓的直徑的兩個端點。

- (a) 求該圓的方程。
 (b) 判斷 $P(4, 5)$ 在圓內、圓外或圓上。

解

在本練習中，除特別指明外，答案中圓的方程須以一般式表示。

程度 ②

下列各題中，已知圓的圓心和半徑，以標準式寫出該圓的方程。(1-4)

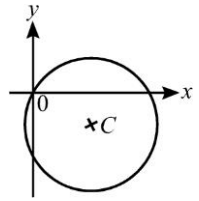
1. 圓心 = (0, 0)，半徑 = 3 2. 圓心 = (1, -9)，半徑 = $\frac{5}{4}$
 3. 圓心 = (-8, 10)，半徑 = $\sqrt{12}$ 4. 圓心 = (-3, -5)，半徑 = $\sqrt{10}$

求下列各圓的圓心和半徑。(5-10)

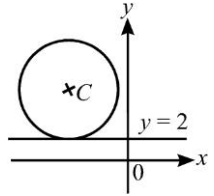
5. $x^2 + y^2 = 144$ 6. $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 36$
 7. $3(x + 2)^2 + 3(y - 4)^2 = 75$ 8. $x^2 + y^2 + 8x = 0$
 9. $x^2 + y^2 + 10x - 6y + 2 = 0$ 10. $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y + 1 = 0$

11. 求圓 $x^2 + y^2 - 3x + 5y + 6 = 0$ 的面積。
12. AB 是圓 $x^2 + y^2 - 12x - 16y + 80 = 0$ 的直徑。若 A 的坐標是 (2, 6)，求 B 的坐標。
13. 求圓心在 (5, 7) 及穿過 (1, 4) 的圓的方程。
14. 求圓心在 (-3, -2) 及穿過 (3, 6) 的圓的方程。
15. $A(5, 1)$ 和 $B(-1, 5)$ 是一個圓的直徑的兩個端點。
 (a) 求圓的方程。
 (b) 點 (3, 6) 在圓內、圓外或圓上？

16. 圖中，圓的圓心在 $C(4, -2)$ 及穿過原點。求該圓的方程。

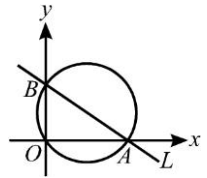


17. 圖中，圓的圓心在 $C(-5, 6)$ ，且該圓與直線 $y = 2$ 相切。求該圓的方程。



18. 圖中，直線 $L: 2x + 3y - 12 = 0$ 與 x 軸和 y 軸分別相交於 A 和 B 。

- (a) 求 L 的 x 軸截距和 y 軸截距。
 (b) 求穿過 O 、 A 和 B 三點的圓的方程。



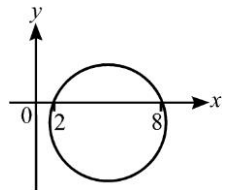
19. 圓 $x^2 + y^2 - (k + 1)x - (k + 2)y + 6 = 0$ 的圓心位於直線 $2x - y - 2 = 0$ 上，其中 k 是一個常數。

- (a) 試以 k 表示該圓的圓心。
 (b) 求 k 的值。
 (c) 求該圓的 x 軸截距。

20. 圓的方程是 $x^2 + y^2 + kx + (k + 4)y - 6 = 0$ ，其中 k 是一個常數。

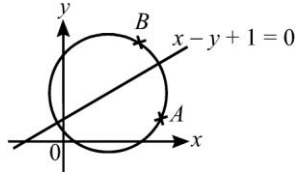
- (a) 試以 k 表示該圓的半徑。
 (b) 若該圓的半徑的 4，求 k 的值。

21. 圖中，半徑為 $\sqrt{13}$ 的圓和 x 軸相交於 $(2, 0)$ 和 $(8, 0)$ 。該圓的圓心位於象限 IV。求該圓的方程。

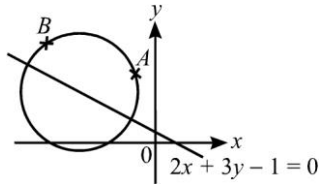


22. 一個圓穿過 $A(7, 4)$ 和 $B(9, -2)$ 。直線 $y = 0$ 把該圓分成兩等份。
- (a) 求該圓的圓心。
- (b) 求該圓的方程。

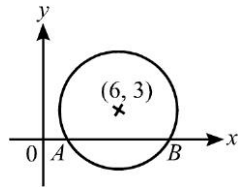
23. 一個圓穿過 $A(10, 3)$ 和 $B(6, 11)$ ，而圓心在直線 $x - y + 1 = 0$ 上。
- (a) 求該圓的圓心。
- (b) 求該圓的方程。



24. 一個圓穿過 $A(-5, 6)$ 和 $B(-1, 4)$ ，而圓心在直線 $2x + 3y - 1 = 0$ 上。
- (a) 求該圓的圓心。
- (b) 求該圓的方程。

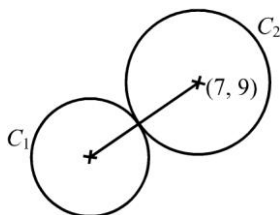


25. 圖中，一個圓和 x 軸相交於 A 和 B 。若 $AB = 8$ 和該圓的圓心是 $(6, 3)$ ，求該圓的方程。



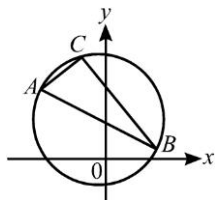
26. 一個圓穿過 $A(5, 3)$ 和 $B(9, 5)$ 。該圓的圓心在 $C(h, k)$ ，而半徑是 $\sqrt{10}$ 。
- (a) 證明 $k = -2h + 18$ 。由此，求 h 和 k 的值。
- (b) 求該圓的可能方程。
27. 一個半徑為 r 的圓與正 x 軸和正 y 軸相切。 $A(9, 2)$ 是圓上的一點。
- (a) 試以 r 表該圓的圓心。
- (b) 求 r 的值。
- (c) 求該圓的可能方程。

28. 圖中，兩圓 C_1 和 C_2 互相外切。 C_1 的方程是 $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 12 = 0$ ，而 C_2 的圓心的坐標是 $(7, 9)$ 。



- (a) 求 C_1 的圓心和半徑。
 (b) 求 C_1 和 C_2 的圓心之間的距離。
 (c) 求 C_2 的方程。
29. 直線 L_1 的方程是 $2x - 5y + 3 = 0$ ，而 $A(8, -2)$ 是直角坐標平面上的一點。
 (a) 直線 L_2 穿過 A 點且垂直於 L_1 ，求 L_2 的方程。
 (b) 求 L_1 和 L_2 的交點。
 (c) 求穿過 A 點及圓心位於 L_1 上的最小的圓的方程。

30. 圖中， AB 是圓的直徑，而 C 是該圓上的一點。
 A 和 C 的坐標分別是 $(-4, 4)$ 和 $(-2, 6)$ 。 AB 的斜率是 $-\frac{3}{7}$ 。



- (a) (i) 求 AB 的方程。
 (ii) 求 BC 的方程。
 (b) 由此，求 B 的坐標。
 (c) 求以 BC 為直徑的圓的方程。

31. 一個圓穿過 $(3, 3)$ 、 $(3, -4)$ 和 $(-3, 2)$ 。

- (a) 求該圓的方程。
- (b) $(4, 2)$ 是否在圓上？

32. 一個圓穿過 $(4, 0)$ 、 $(3, 5)$ 和 $(-2, 4)$ 。

- (a) 求該圓的方程。
- (b) $(0, 3)$ 是否在圓上？

33. $A(1, -2)$ 、 $B(9, -6)$ 和 $C(3, 2)$ 是一個三角形的頂點。



- (a) 求 $\triangle ABC$ 的外接圓的方程。
- (b) 該圓和 y 軸相交嗎？試解釋你的答案。

程度 ③

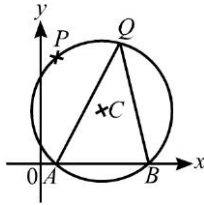
34. 圓的方程是 $x^2 + y^2 - 12x - 4y = 0$ 。

- (a) 求該圓的圓心和半徑。
- (b) 證明 $A(3, 5)$ 在圓內。
- (c) PQ 是該圓上的弦，使 $A(3, 5)$ 是弦的中點。
 - (i) 求 PQ 的方程。
 - (ii) 求弦 PQ 的長度。

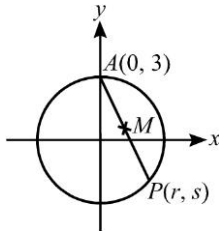
35. $A(-5, 2\sqrt{3})$ 和 $B(-5, 8\sqrt{3})$ 是圓心在 C 的圓上的兩點。已知 C 位於象限 I，且 $\triangle CAB$ 是一個等邊三角形。

- (a) 求該圓的半徑。
- (b) 求 C 的坐標。
- (c) 求該圓的方程。

36. 圖中， C 是圓 $x^2 + y^2 - 10x + ky + 9 = 0$ 的圓心，其中 k 是一個常數。該圓穿過 $P(1, 8)$ ，並和 x 軸相交於 A 和 B 。



- (a) 求 k 的值和 C 的坐標。
- (b) 求 A 和 B 的坐標。
- (c) Q 是 \widehat{APB} 上的一點，求 $\angle AQB$ 。
37. 圖中所示為圓 $x^2 + y^2 = 9$ 。 $A(0, 3)$ 和 $P(r, s)$ 都是該圓上的點。設 $M(a, b)$ 是 AP 的中點。



- (a) (i) 試以 a 表示 r 。
- (ii) 試以 b 表示 s 。
- (b) 若 P 在圓上移動，求 M 點的軌跡的方程。
- (c) 描述 M 點的軌跡。



15.5 直線和圓的相交

程度 ①

例 15.17

下列各題中，求直線 L 和圓 C 的交點數目。

(a) $L : x + 2y - 1 = 0$ $C : x^2 + y^2 = 6$

(b) $L : 3x - y + 2 = 0$ $C : x^2 + y^2 - 2x + 10y + 16 = 0$

解

(a) $x + 2y - 1 = 0$

$$x = 1 - 2y \dots\dots\dots (1)$$

$$x^2 + y^2 = 6 \dots\dots\dots (2)$$

把 (1) 代入 (2)。

$$(1 - 2y)^2 + y^2 = 6$$

$$1 - 4y + 4y^2 + y^2 = 6$$

$$5y^2 - 4y - 5 = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$(3) \text{ 的判別式} = (-4)^2 - 4(5)(-5)$$

$$= 116 > 0$$

\therefore 直線 L 和圓 C 有兩個交點。

(b) $3x - y + 2 = 0$

$$y = 3x + 2 \dots\dots\dots (4)$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 10y + 16 = 0 \dots\dots\dots (5)$$

把 (4) 代入 (5)。

$$x^2 + (3x + 2)^2 - 2x + 10(3x + 2) + 16 = 0$$

$$x^2 + 9x^2 + 12x + 4 - 2x + 30x + 20 + 16 = 0$$

$$10x^2 + 40x + 40 = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$(6) \text{ 的判別式} = 4^2 - 4(1)(4) = 0$$

\therefore 直線 L 和圓 C 只有一個交點。

試做 15.17

下列各題中，求直線 L 和圓 C 的交點數目。

(a) $L : 4x + y + 2 = 0$ $C : x^2 + y^2 = 9$

(b) $L : x - 3y - 11 = 0$ $C : x^2 + y^2 + 4y + 2 = 0$

解

例 15.18

求圓 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 12 = 0$ 與下列各直線的交點的坐標。

(a) $3x - y - 4 = 0$

(b) $x + 2y - 4 = 0$

解

(a) $3x - y - 4 = 0$

$$y = 3x - 4 \dots\dots\dots (1)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 8y + 12 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

把 (1) 代入 (2)。

$$x^2 + (3x - 4)^2 - 2x - 8(3x - 4) + 12 = 0$$

$$x^2 + 9x^2 - 24x + 16 - 2x - 24x + 32 + 12 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 2 \quad \text{或} \quad 3$$

把 $x = 2$ 代入 (1)。

$$y = 3(2) - 4 = 2$$

把 $x = 3$ 代入 (1)。

$$y = 3(3) - 4 = 5$$

∴ 交點的坐標是 (2, 2) 和 (3, 5)。

(b) $x + 2y - 4 = 0$

$$x = 4 - 2y \dots\dots\dots (3)$$

把 (3) 代入 (2)。

$$(4 - 2y)^2 + y^2 - 2(4 - 2y) - 8y + 12 = 0$$

$$16 - 16y + 4y^2 + y^2 - 8 + 4y - 8y + 12 = 0$$

$$y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$(y - 2)^2 = 0$$

$$y = 2 \quad (\text{二重根})$$

把 $y = 2$ 代入 (3)。

$$x = 4 - 2(2) = 0$$

∴ 交點的坐標是 (0, 2)。

試做 15.18

求圓 $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 9 = 0$ 與下列各直線的交點的坐標。

(a) $x + y - 13 = 0$

(b) $x - y - 5 = 0$

解

例 15.19

求圓 $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 7 = 0$ 在 $P(-3, 4)$ 的切線的方程。

解

該圓的圓心 C

$$= \left(-\frac{-2}{2}, -\frac{-6}{2} \right)$$

$$= (1, 3)$$

CP 的斜率

$$= \frac{4-3}{-3-1}$$

$$= -\frac{1}{4}$$

$\therefore CP$ 和這條切線互相垂直。

$$\therefore \text{切線的斜率} = \frac{-1}{-\frac{1}{4}}$$

$$= 4$$

\therefore 所求的切線方程是：

$$y - 4 = 4[x - (-3)]$$

$$y - 4 = 4x + 12$$

$$\text{即 } 4x - y + 16 = 0$$

試做 15.19

求圓 $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 24 = 0$ 在 $P(2, 6)$ 的切線的方程。

解

例 15.20

直線 $y = mx$ 是由原點至圓 $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ 的切線。求由原點至圓的兩條切線的方程。

解

$$y = mx \dots\dots\dots (1)$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

把 (1) 代入 (2)。

$$x^2 + (mx)^2 - 6x - 2(mx) + 5 = 0$$

$$(1 + m^2)x^2 - 2(3 + m)x + 5 = 0 \dots\dots\dots (3)$$

由於 (1) 是圓的切線，所以

$$(3) \text{ 的 } \Delta = 0$$

$$[-2(3 + m)]^2 - 4(1 + m^2)(5) = 0$$

$$(3 + m)^2 - 5(1 + m^2) = 0$$

$$9 + 6m + m^2 - 5 - 5m^2 = 0$$

$$-4m^2 + 6m + 4 = 0$$

$$2m^2 - 3m - 2 = 0$$

$$(2m + 1)(m - 2) = 0$$

$$m = -\frac{1}{2} \text{ 或 } 2$$

∴ 所求兩條切線的方程是：

$$y = -\frac{1}{2}x \text{ 和 } y = 2x$$

$$\text{即 } x + 2y = 0 \text{ 和 } 2x - y = 0$$

試做 15.20

直線 $y = mx$ 是由原點至圓 $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ 的切線。求由原點至圓的兩條切線的方程。

解

程度 ②

下列各題中，試不求直線 L 和圓 C 的交點，求交點的數目。(1-3)

1. $L: x + y - 2 = 0$ $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$
2. $L: x - 2y + 5 = 0$ $C: x^2 + y^2 - 6x + 2y - 3 = 0$
3. $L: 2x + y - 1 = 0$ $C: x^2 + y^2 + 12x - 6y + 25 = 0$

4. 判斷直線 $2x - y + 11 = 0$ 是否圓 $x^2 + y^2 - 6x - 14y + 38 = 0$ 的切線。

5. 直線 $y = x - 3$ 和圓 $x^2 + y^2 + 4x + k = 0$ 相切，其中 k 是一個常數。
求 k 的值。

6. 直線 $x + 3y - 1 = 0$ 和圓 $x^2 + y^2 = k$ 沒有交點，其中 k 是一個常數。
求 k 值的範圍。

7. 直線 $kx + y - 2 = 0$ 是圓 $x^2 + y^2 + 2x + 6y - 3 = 0$ 的切線，其中 k 是一個常數。求 k 的值。

8. 下列各題中，求直線 L 和圓 C 的交點的坐標。
 - (a) $L: x + y + 3 = 0$ $C: x^2 + y^2 = 17$
 - (b) $L: x - 2y + 10 = 0$ $C: x^2 + y^2 - 10x - 5y + 10 = 0$
 - (c) $L: 4x - 3y + 33 = 0$ $C: x^2 + y^2 + 10x + 8y + 16 = 0$

9. 圓 C 的圓周是 $6\sqrt{2}\pi$ 。圓 C 的圓心的坐標是 $(-4, 3)$ 。直線 L 的方程是 $x + y + 7 = 0$ 。
 - (a) 求該圓的方程。
 - (b) 求 L 和 C 的交點。

10. 圓 $x^2 + y^2 - 6y + 4 = 0$ 的兩條切線的斜率都是 -2 ，求該兩條切線的方程。
11. 圓 $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$ 的兩條切線的斜率都是 $\frac{3}{4}$ ，求該兩條切線的方程。
12. 圓 $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 7 = 0$ 的兩條切線都和直線 $3x - y + 5 = 0$ 互相垂直。
- (a) 求該兩條切線的方程。
- (b) 求該兩條切線的切點的坐標。
13. 圓 $x^2 + y^2 - 18x - 10y + 93 = 0$ 的兩條切線都和直線 $3x - 2y = 0$ 互相平行。
- (a) 求該兩條切線的方程。
- (b) 求該兩條切線的切點的坐標。
14. 求圓 $x^2 + y^2 - 12x + 31 = 0$ 在 $P(8, 1)$ 的切線的方程。
15. 求圓 $x^2 + y^2 - 10x - 10y - 2 = 0$ 在 $P(1, -1)$ 的切線的方程。
16. 圓 C 的方程是 $x^2 + y^2 - 16x - 4y + 43 = 0$ 。
- (a) 證明 $P(11, 6)$ 是 C 上的一點。
- (b) 求圓 C 在 $P(11, 6)$ 的切線的方程。
17. 直線 L 穿過原點。若 L 是圓 $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 32 = 0$ 的切線，求 L 的可能方程。

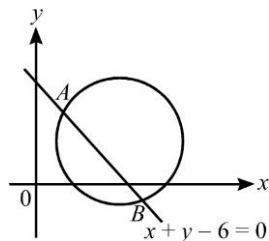
18. 直線 L 穿過原點。若 L 是圓 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 20 = 0$ 的切線，求 L 的可能方程。

19. 圓的方程是 $x^2 + (y - 5)^2 = 5$ 。

- (a) 證明原點在圓外。
 (b) 求由原點至圓的兩條切線的方程。

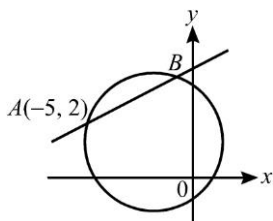
20. 圖中，直線 $x + y - 6 = 0$ 和圓 $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 26 = 0$ 相交於 A 和 B 。

- (a) 求 A 和 B 的坐標。
 (b) 求圓的半徑。
 (c) 求弦 AB 的長度。
 (d) 因此，求從該圓的圓心至弦 AB 的最短距離。



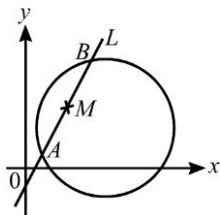
21. 圖中，直線 $L: x - 2y + 9 = 0$ 和圓 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + k = 0$ 相交於 $A(-5, 2)$ 和 B ，其中 k 是一個常數。

- (a) 求 k 的值。
 (b) 求 B 的坐標。
 (c) 求以 AB 為直徑的圓的方程。

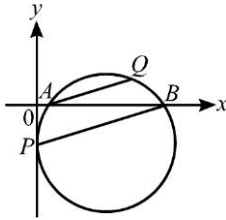


22. 圖中，直線 L 和圓 $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 14 = 0$ 相交於 A 和 B 兩點。 AB 的中點是 $M(2, 4)$ 。

- (a) 求該圓的圓心。
 (b) 求 L 的方程。
 (c) 求 A 和 B 的坐標。

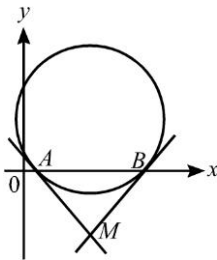


23. 圖中，圓 $x^2 + y^2 - 10x + 8y + k = 0$ 和 y 軸相切於 P ，且和 x 軸相交於 A 和 B 。



- (a) 求 k 的值。
- (b) 求 P 、 A 和 B 的坐標。
- (c) Q 是圓上的一點，使 $AQ \parallel PB$ 。
 - (i) 求 AQ 的方程。
 - (ii) 求 Q 的坐標。

24. 圖中，圓 $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 5 = 0$ 和 x 軸相交於 A 和 B 。分別繪畫該圓在 A 點和 B 點的切線，而該兩條切線相交於 M 。



- (a) 求 A 和 B 的坐標。
- (b) 求該圓的圓心的坐標。
- (c) 求圓在 A 點和 B 點的切線的方程。
- (d) 求 M 的坐標。

25. 直線 $L: 2x + y - 10 = 0$ 是圓 $C: x^2 + y^2 + 6x - 12y + 25 = 0$ 在 P 點的切線。
- (a) 求 P 的坐標。
 - (b) Q 是 C 上的另一點，使 PQ 的斜率是 1。
 - (i) 求 PQ 的方程。
 - (ii) 求 Q 的坐標。
 - (iii) 求圓 C 在 Q 點的切線的方程。
26. 直線 L 的斜率是 m 且穿過 $P(0, 3)$ 。
- (a) 試以 m 表示 L 的方程。
 - (b) 若 L 是圓 $x^2 + y^2 - 10x - 12y + 44 = 0$ 的切線，求由 P 至該圓的兩條切線的方程。
27. 直線 L 的斜率和 y 軸截距分別是 m 和 -2 。
- (a) 試以 m 表示 L 的方程。
 - (b) 求由 $(0, -2)$ 至圓 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 3 = 0$ 的兩條切線的方程。
28. 圓的方程是 $x^2 + y^2 + kx - 10y + 36 = 0$ ，其中 k 是一個常數。 $A(-3, 3)$ 是圓上的一點。
- (a) 求 k 的值。
 - (b) 求該圓在 A 點的切線。
 - (c) B 是圓上的一點，使 AB 是該圓的直徑。
 - (i) 求 B 的坐標。
 - (ii) 求該圓在 B 點的切線的方程。

29. 圓 C 穿過 $P(0, 6)$ 、 $Q(4, 0)$ 和 $R(4, 10)$ 。

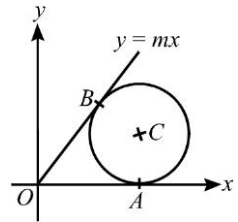
- (a) 求 C 的方程。
- (b) 求 C 的圓心的坐標。
- (c) 求 C 在 Q 點的切線的方程。

30. 圓 C 穿過 $O(0, 0)$ 、 $P(-3, 4)$ 和 $Q(3, 6)$ 。

- (a) 求 C 的方程。
- (b) 求 C 的圓心的坐標。
- (c) 求 C 在 P 點的切線的方程。

程度 3

31. 圖中，圓 $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 36 = 0$ 的圓心在 C 。該圓和 x 軸相切於 A 。直線 $y = mx$ 是圓在 B 點的切線，其中 m 是一個非零常數。



- (a) 求 m 的值。
- (b) 證 O 、 A 、 C 和 B 共圓。
- (c) 求穿過 O 、 A 、 C 和 B 的圓的方程。

32. 圓 C_1 和圓 C_2 的方程分別是 $x^2 + y^2 - 2x - 12y + 32 = 0$ 和 $x^2 + y^2 - 14x - 18y + 110 = 0$ 。

- (a) 求 C_1 和 C_2 的圓心和半徑。
- (b) 證明 C_1 和 C_2 互切。
- (c) 設 C_1 和 C_2 互切於 P 。
 - (i) 求 P 的坐標。
 - (ii) 求 C_1 和 C_2 在 P 點的公切線。